

力学第一 試験問題

担当 伊東敏雄

2004 年 9 月 25 日 1 時限

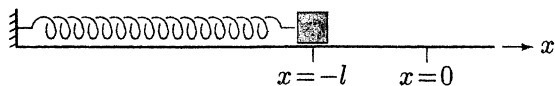
【注】教科書、ノート参照可。紙面の許す範囲内で導出過程を論理的に記すこと。答案の書き方も点数に含める。物理法則や数学に反する重大な間違いは減点する。解答順序は自由。

1. 車が静止状態から加速するときの駆動力 F は、車の速さ v の関数として近似的に $F = \frac{P_0}{v + v_0}$ と表される。

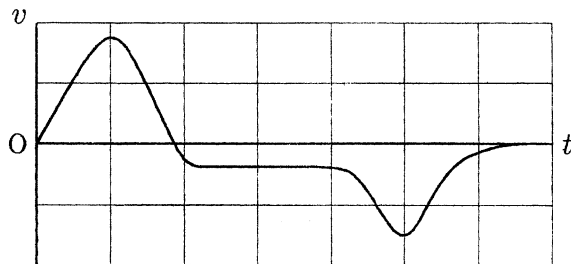
ここで P_0 と v_0 は正の定数である。車の質量を m として以下に答えよ。ただし車は水平な直線上を運動するものとし、抵抗力は無視する。

- 走りをはじめてから時間 t 後の車の速さ $v(t)$ を、運動方程式から出発して求めよ (初期条件は $t = 0$ で $v = 0$)。
- $v(t)$ を微分して加速度の時間変化 $a(t)$ を求めよ。
- 速度の時間変化 $v(t)$ と加速度の時間変化 $a(t)$ の概略をグラフ (横軸は時間 t) に示せ。
- 速度が十分に速くなったときの仕事率を求めよ。
- 余裕があれば $x(t) = \int_0^t v(t) dt$ を計算せよ。

2. 摩擦のある水平面上において、一端を固定されたバネ (バネ定数 k) の他端に質量 m の物体が繋がれている。バネが l だけ縮んだ位置に物体を持ってきて、静かに放した。物体が運動する直線を x 軸にとり、バネに伸び縮みがないときの物体の位置を $x = 0$ とする。重力加速度を g 、物体と水平面との間の静摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' として以下に答えよ。



- 物体を放したら物体は図の右方向へ運動を始めた。物体の位置座標を x として物体が右方向 (x 軸の正方向) へ運動しているときの運動方程式を書け。加速度は d^2x/dt^2 と表せ。作用する力はバネの復元力と摩擦力である。
- 運動方程式の解は $x = x_0 + A \cos(\omega t + \phi)$ の形に表される。式の中の x_0 , ω は運動方程式から決められる定数であり、 A , ϕ は初期条件によって決められる定数である。定数 x_0 , ω を運動方程式に基づいて求めよ (x_0 , ω を与えられた量 m , g , k , l , μ , μ' の適当なものを使って表せ)。
- $t = 0$ において $x = l$, $dx/dt = 0$ である。 A , ϕ を求めよ (A は m , g , k , l , μ , μ' の適当なものを使って表せ)。



3. x 軸上を運動する質点の速度 v の時間変化を右図に示す。加速度 a の時間変化と位置座標 x の時間変化の概略をグラフに示せ。なお $t = 0$ において $x = 0$ とする。

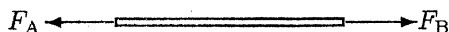
4. 以下の問に、物体または棒の運動方程式に基づいて理由を述べて答えよ。理由が正しくなければ正解と認めない。

- (a) 空中で鉛直下方に大きさのある物体を投げ落とした。物体が下方に運動しているときの加速度の大きさに関して次のどれが正しいか。

- ① 重力加速度 g に等しい。
- ② 重力加速度 g より大きい。
- ③ 重力加速度 g より小さい。
- ④ 与えられた記述だけでは g より大きい小さいかは判断できない。

- (b) A 君と B 君が質量の無視できない長い棒の端を持って引っ張りあっている。棒が A 君の方へ引き寄せられているとき、A 君が棒を引っ張る力と B 君が棒を引っ張る力の大きさについて

- ① A 君が棒を引っ張る力 F_A は B 君が引っ張る力 F_B に等しい。
- ② A 君が棒を引っ張る力 F_A は B 君が引っ張る力 F_B より大きい。
- ③ A 君が棒を引っ張る力 F_A は B 君が引っ張る力 F_B より小さい。
- ④ 与えられた記述だけではどちらの力が大きいかは判断できない。



5. 極座標の関係式 $r = \frac{8}{1 - 0.6 \sin \theta}$ が表す曲線の概形を x - y 座標系に描き、 x 軸、 y 軸との交点、極大点、極小点があればその座標を図に書き込め。この曲線が閉曲線である場合には、曲線が囲む領域の面積を求めよ。

6. 近点距離 $4R$ 、遠点距離 $9R$ の楕円軌道を運動している人工衛星がある (右図参照)。人工衛星の近点における速度を v_0 とすると楕円の短径上の点における速度 v_1 はどれほどか (右図は模式図であって、寸法は正確ではない)。

