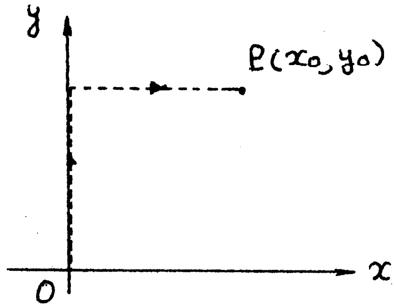
力学第一　再試験問題

担当 鈴木 勝　2005年9月24日 1時限

【注】 解答は, 導出過程を, 紙面の許す範囲内で, 論理的かつ簡潔に記すこと.

1. 質量 m の小さな物体が速度の1乗に比例する抵抗力を受けて水平な直線に沿って運動している. 物体の速度を v, 比例定数 k とするとき、抵抗力の大きさは kv と表される. 以下に答えよ.
   (a) 抵抗力の比例定数 k はどのような次元で組み立てられているか, (長さ)^a(質量)^b(時間)^c と書くとき a, b, c を答えよ. 　【ヒント】速度 v の次元は (長さ)^1(質量)^0(時間)$^{-1}$ と表される.
   (b) この運動の運動方程式を書け.
   (c) 時刻 $t = 0$ において物体の速度は v_0 であった. この運動方程式を解いて物体の速度 v を時間 t の関数として求めよ.
   (d) 速度の時間変化 $v(t)$ の概略をグラフ (横軸は時間 t) に示せ.

2. xy 平面上の運動で力 $\vec{F} = (ay^2, bxy)$ (ただし, a, b は定数) と与えられる. このとき図に示した道のりについて力のなした仕事 W を求めよ.



3. xy 平面上で位置エネルギー (ポテンシャル) が $U = Ax^2 + By^2$ と与えられている. ここで、A, B は定数である. (x_0, y_0) の位置での力 (ベクトルなので, 力の成分を書くこと) を求めよ. また, xy 座標に $U = 一定 = Ax_0^2 + By_0^2$ の曲線を描き, (x_0, y_0) の位置での力の方向を記入せよ.

4. 水平な摩擦のない台の上で, バネ定数 k のバネに質量 m の重りをつないだ. 時刻 $t = 0$ において釣り合いの位置から重りは a だけ伸びた位置から, 初速 v_0 で運動を始めた. 以下に答よ.
   (a) 釣り合いの位置を座標の原点, 運動の方向を x 軸として運動方程式を書け.
   (b) 重りの位置 $x(t)$ は時間の関数として, $x(t) = a\cos(\sqrt{k/m}\ t) + v_0\sqrt{m/k}\ \sin(\sqrt{k/m}\ t)$ と表せることを説明せよ. また, 横軸を時刻 t, 縦軸を位置 $x(t)$ としてグラフに表せ.
   (c) 時間の関数として, 速度 $v(t)$ の式を書け. また横軸を時刻 t, 縦軸を速度 $v(t)$ としてグラフに表せ。
   (d) 時間の関数として, 運動エネルギー K, 位置エネルギー (ポテンシャル) U の式を書け. また横軸を時刻 t, 縦軸を K または U としてそれぞれをグラフに表せ.
   (e) この運動では力学的エネルギーが保存されることを示せ.

【ヒント】グラフを書くとき等に参考とせよ. $A\cos\omega t + B\sin\omega t = \sqrt{A^2 + B^2}\sin(\omega t + \phi)$ ただし $\tan\phi = A/B$ である.