

力学第二 中間験問題

担当 鈴木 勝 2005 年 12 月 10 日 2 時限

【注】 解答は、導出過程を、紙面の許す範囲内で、論理的かつ簡潔に記すこと。

1. 以下の運動において座標の原点のまわりの角運動量を求めよ.
 - (a) x - y 平面上で、 $y = y_0$ の直線上を速さ v で運動している質量 m の質点.
 - (b) x - y 平面上で、 $x(t) = A \cos(\omega t)$, $y(t) = B \sin(\omega t)$ (ここで ω は定数) と表される楕円振動をしている質量 m の質点.

2. 質量 $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$ の 2 つの質点が互いに力をおよぼし合いながら平面内で質量中心のまわりに円運動をしている. ある時刻における質点の位置は m_1 (0, 0), m_2 (0, 6), 速度は m_1 (2, 0), m_2 (-4, 0) (単位はそれぞれ m, m/s) である. 以下の問に答えよ.
 - (a) 2 つの質点の質量中心の位置とその速度を求めよ.
 - (b) 座標の原点から見たときの 2 つの質点の角運動量の和を求めよ.
 - (c) 質量中心から見たときの 2 つの質点の角運動量の和を求めよ.
 - (d) 質点 m_1 の円運動の半径を求めよ.
 - (e) 円運動の周期を求めよ.
 - (f) 質点に働く力を求めよ.

3. 自然長 ℓ , バネ定数 k の軽いバネの両端に質量 m の 2 つの小さな物体 1 と 2 をつなぎ、バネを自然長より a だけ伸ばして水平な台の上に置いた. 時刻 $t = 0$ で静かに手を離すと、2 つの物体は振動を始めた. 手から離れた後の運動について考える. 以下の問に答えよ. この問題では、 x 軸をバネの伸びの方向にとり、時刻 $t = 0$ で物体 1 と 2 の位置は $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = \ell + a$ である.
 - (a) 2 つの物体の位置が x_1, x_2 ($x_2 > x_1$) のとき、物体 1 と 2 に働く力を答えよ. 力の働く向きに注意して符号を決めよ.
 - (b) 物体 1 と 2 の運動方程式を答えよ.
 - (c) 質量中心 $X(t) = \{x_1(t) + x_2(t)\}/2$ の従う運動方程式を求めよ.
 - (d) 質量中心の位置を時間の関数として求めよ. (時刻 $t = 0$ の質量中心の位置と速度は、 $X(0) = \{x_1(0) + x_2(0)\}/2$ と $V(0) = \{v_1(0) + v_2(0)\}/2$ より決まる.)
 - (e) 相対座標 $Y(t) = x_2(t) - x_1(t)$ の従う運動方程式を求めよ.
 - (f) 相対座標の位置を時間の関数として求めよ.
 - (g) (d) と (f) の結果より、時間の関数として $x_1(t)$ と $x_2(t)$ を求めよ. またグラフに表せ.