

# 力学第二 試験問題

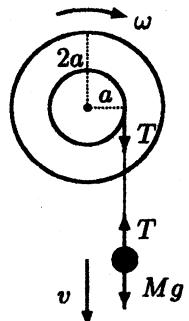
担当 鈴木 勝 2006年2月18日 2時間

【注】解答は、導出過程を、紙面の許す範囲内で、論理的かつ簡潔に記すこと。

## 1. 共通問題

質量  $M$ 、半径  $2a$  の円板状滑車がある。半径  $a$  の同心円の枠にひもをかけて同じ質量  $M$  のおもりを吊した。重力加速度を  $g$  とする。摩擦や抵抗はないとする。半径  $a$  の同心円の枠の質量は無視してよい。以下に答えよ。

- おもりの速度を  $v$ 、滑車の角速度を  $\omega$ 、糸の張力を  $T$  として、おもりと滑車の運動方程式を書け。
- 運動方程式を解いて、おもりが降下する加速度  $dv/dt$  と糸の張力  $T$  を求めよ。
- おもりが初速度 0 で降下し始めてから距離  $h$  だけ降下したときの速さ  $v_h$  を求めよ。
- おもりの運動エネルギー  $K_m$  と滑車の回転の運動エネルギー  $K_p$  の比の値  $K_m/K_p$  を求めよ。



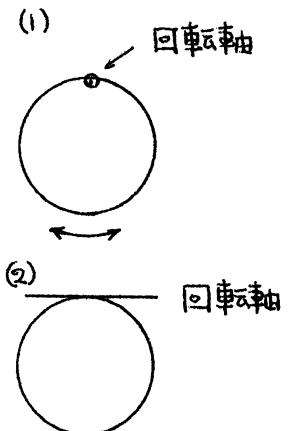
2. 質量  $M$ 、半径  $a$  の細い円環（リング）を使って振り子を作る。一般に、振り子の支点まわりの慣性モーメントを  $I$ 、質量を  $M$ 、支点から質量中心までの距離を  $h$  とすると振り子の周期は、 $T = 2\pi\sqrt{I/Mgh}$  と与えられる。

- 円環の中心を通り面に垂直な回軸のまわりの慣性モーメントが  $Ma^2$  であることを説明せよ。
- 図に示したように2通りの回軸を選ぶ。それぞれの回軸を支点として振り子を作った。それぞれの振り子の周期を求めよ。また、どちらの周期が長いか答えよ。

【ヒント】

平行軸の定理：平面状の物体では面に垂直な回軸の慣性モーメントを  $I_z$ 、平面内の回軸を  $I_x$ ,  $I_y$  とすると、 $I_z = I_x + I_y$  である。

平行軸の定理：質量中心を通る回軸の慣性モーメントを  $I_G$ 、それに距離  $d$  だけ離れた平行な回軸の慣性モーメントを  $I$  とすると、 $I = I_G + Md^2$  と与えられる。



3. 水平な台の上に質量  $M$ 、長さ  $\ell$  の細い棒が、その一端のまわりに自由に回転できるよう固定してある。そこに、速度  $v$  で飛んできた質量  $m$  の質点が固定から  $x$  の位置に垂直に衝突し、その位置にはりついた。その後、棒と質点はいっしょに回転を始めた。

- 固定軸のまわりの細い棒の慣性モーメントが  $\frac{1}{3}M\ell^2$  で与えられることを説明せよ。
- 衝突後、棒のまわりだす角速度  $\omega$  を求めよ。
- 質点の衝突位置  $x$  を横軸に、角速度  $\omega$  を縦軸にして、およその形をグラフに描け。
- 角速度  $\omega$  が最大になる質点の衝突位置を求めよ。
- 衝突の前後の運動エネルギーの損失  $\Delta E$  を求めよ。
- 質点の衝突位置  $x$  を横軸に、運動エネルギーの損失  $\Delta E$  を縦軸にして、およその形をグラフに描け。
- 運動エネルギーの損失  $\Delta E$  が最小になる質点の衝突位置を求めよ。

