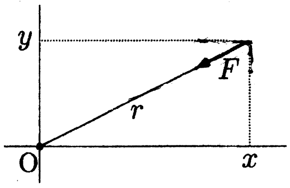
力学第二　演習問題

1. x-y 平面上の直線 $y = x + a$ (a は正の定数) に沿って x の増える方向へ一定の速さ v_0 で運動している質量 m の物体の (原点のまわりの) 角運動量の大きさ L を求めよ．角運動量の方向はどちらか．

2. 極座標の式 $r \tan\theta \sin\theta = 1$ が表す曲線を描け．

3. 1986 年，ハレー彗星が太陽にもっと近づいたときの太陽からの距離は 8.9×10^{10} m だった (水星と金星の間になる)．ハレー彗星の運動の周期は 76 年である．ハレー彗星が太陽からもっとも遠ざかった地点は太陽からどれほどの距離か．

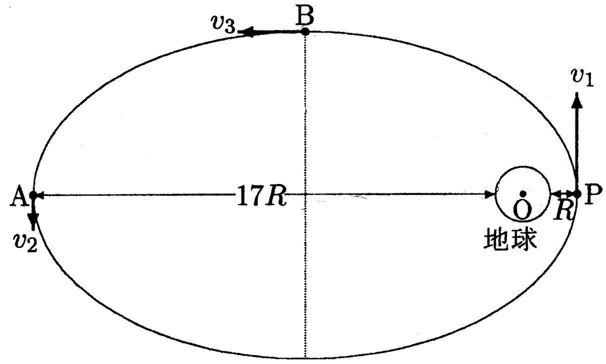
4. x-y 平面内において質量 m の質点が原点からの距離 r の 3 乗に比例する中心力 $F = -kr^3$ を受けて運動する．ただし $r = \sqrt{x^2 + y^2}$，k は正の定数である．



$F = -kr^3$
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

(a) この質点の運動を記述する運動方程式を書け (解く必要はない)．
(b) 質点が原点から距離 r の位置にいるときの位置エネルギー U を求めよ．ただし位置エネルギーの基準点は原点とする．つまり $r = 0$ のとき $U = 0$ である．
(c) 原点を初速度 v_0 で出発した質点がもっと原点から離れる地点の原点からの距離を求めよ．

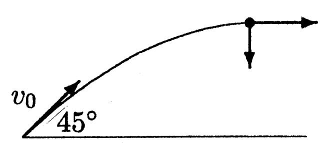
5. 地球のまわりを楕円軌道を描いて回っている質量 m の人工衛星がある．地球の半径を R とすると，近点 P の高度は R，遠点 A の高度は $17R$ である (地球の中心 O からの各点までの距離は高度に R を加えることに注意)．近点における速度を v_1，遠点における速度を v_2 とする．なお万有引力定数 G と地球の質量 M の積は，地表における重力加速度を g とすると $GM = gR^2$ である．以下の問題 (b)，(c)，(d) の最終的な解答は GM を使わないで g と R を用いて表せ．



(a) 近点と遠点における力学的エネルギーが等しいことを式で表せ．同様に，近点と遠点における面積速度が等しいことを式に表せ (この段階では単に等式を書くだけでよい)．
(b) 上の式を解いて v_1 と v_2 を求めよ．
(c) 楕円の短径上の B 点における人工衛星の速度 v_3 を求めよ．
(d) この人工衛星の周期 T を求めよ．
(e) $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$，$R = 6.4 \times 10^6$ m である．v_1，v_2 および T を数値計算せよ．結果は，速度は km/s の単位で表し，時間は何時間何分と表すこと．なお次の近似を使ってよい．

$$21\sqrt{5} \cong 47.0, \qquad \frac{\sqrt{5}}{7}\pi \cong 1.00$$

6. 水平と角度 45° の方向に初速度 v_0 で打ち上げられた物体が最高点に達して水平飛行になった瞬間に質量の等しい 2 つに分裂した．分裂した一方は速度を失い，鉛直に落下した．分裂した他方の分裂直後の速度を求めよ．打ち上げ地点からこれが落ちる地点までの距離を求めよ．



7. 一直線上を速度 $v_1 = 12$ m/s で運動していた質量 $m_1 = 1$ kg の物体が速度 $v_2 = 6$ m/s で運動していた質量 $m_2 = 2$ kg の物体に衝突した．跳ね返り係数は $e = 0.5$ である．
(a) 質量中心の速度を求めよ．
(b) 質量中心の運動の運動エネルギーを求めよ．
(c) 衝突前後の相対運動の運動エネルギーの比が跳ね返り係数に等しいことを具体的に確かめよ．

の2乗