

I.

行列

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

を LU 分解すると、

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ -1/2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

を得る。LU 分解された行列に対する連立 1 次方程式の解法を用いて、3 元ベクトル

$$\mathbf{b} = (1, 2, 3)^T$$

に対し、 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ を満たす 3 元ベクトル $\mathbf{x}$ を求めよ。なお、 T は転置を表す。

指定した方法によらない解答は採点しないので注意せよ。

II.

行列

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

の絶対値最大固有値は約 16.11684396980704 である。 $x^{(0)} = [1, 1, 1]^T$ から出発するべき乗法によって、誤差が 5%以内になるまで反復し、絶対値最大固有値に対する近似値を求めよ。

べき乗法はどのバージョンを用いてもよい。

III.

1. 関数 $f(x) = x^2 - 5$ に対し、 $f(x) = 0$ となる x を求めるための Newton 法の計算方法を記せ。
2. 上で記した計算方法を用いて、 $x_0 = 2$ から出発して x_2 まで求めよ。ただし結果は小数点以下 4 桁を四捨五入して表せ。

IV.

つぎの常微分方程式の初期値問題を考える。

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -x + 2 \frac{dx}{dt}, & 0 < t < 1, \\ x(0) &= 0, \\ \frac{dx}{dt}(0) &= 1 \end{aligned}$$

1. これを正規形の連立 1 階常微分方程式の初期値問題に変換せよ。
2. これに対する Euler 法の計算方法を説明せよ。