

線形代数学第一 (金曜 4)

[1] 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x_1 & +2x_3 & +3x_5 & +4x_6 & = & 5 \\ x_1 & +x_2 & +8x_3 & & +10x_5 & +12x_6 & = & 14 \\ 2x_1 & +x_2 & +10x_3 & +x_4 & +23x_5 & +27x_6 & = & 31 \\ x_1 & +2x_2 & +14x_3 & & +17x_5 & +20x_6 & = & 23 \end{cases}$$

について次の問にこたえよ.

- (1) 拡大係数行列を書け.
- (2) 拡大係数行列の簡約化を求めよ.
- (3) 係数行列の階数および拡大係数行列の階数を求めよ.
- (4) 解があるかどうかを述べよ. 解があれば解を求めよ.

[2] 置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & 6 & 2 & 9 & 12 & 10 & 11 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ について次の問に答えよ.

- (1) σ を巡回置換の積に分解せよ.
- (2) $\text{sgn}(\sigma)$ を求めよ.

[3] 次の行列について, (1) 行列式を求めよ. (2) 逆行列を求めよ. (3) 余因子行列を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

[4] 3 次の正方行列 A, B が条件 ${}^tA = A, {}^tB = -B$ をみたすとする.

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

となるように A, B を定めよ.

[5] 奇数次の正方行列 T が条件 ${}^tT = -T$ をみたすとき, $\det(T) = 0$ を証明せよ.

[6] 次の行列式の値を計算せよ.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$