

[1] 次の行列 A, B について, $A+B, AB, BA$ がそれぞれ定義されているかどうかを述べ, 定義されている場合には計算結果を記せ.

$$(i) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (ii) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(iii) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (iv) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[2] 問題 [1] の (i) ~ (iv) の行列 A, B について, $A^{-1}B, AB^{-1}$ がそれぞれ定義されているかどうかを述べ, 定義されている場合には計算結果を記せ.

[3] 次の行列の行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 5 & 8 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 15 & 18 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

[4] 次の行列 A について, (1) 簡約化せよ. (2) 階数を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 1 & 11 & 0 & 14 \\ 0 & 3 & 6 & 3 & 24 & 0 & 30 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 11 & 1 & 21 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 11 & 0 & 14 \end{bmatrix}$$

[5] 2×2 行列 A, B, C から作られる 4×4 行列 $D = \begin{bmatrix} A & O \\ C & B \end{bmatrix}$ (O は零行列) について $|D| = |A||B|$ であることを説明せよ.

[6] 空間の直交座標系の各軸方向の単位ベクトルを i, j, k とし, $a = 2i + j + k, b = i + 2j + k, c = i + j + 2k$ とおく. 次の問に答えよ.

(1) $a \cdot x = 7, b \cdot x = 8, c \cdot x = 9$ となるベクトル x を求めよ.

(2) $a \times y = -2i + 2j + 2k, a \cdot y = 0$ となるベクトル y を求めよ.