(1) $2\cdot 4+3\cdot 2 = 8+6 = 14$

2^2

線形代数学第二　（金曜昼）

(T科) H.17

$\boxed{1}$ $\mathbb{R}^2$ のベクトル $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ について、次の値を求めよ。

(1) $\mathbb{R}^2$ の標準的内積のもとで、

(i) $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$　(ii) $||\boldsymbol{a}||$　(iii) $||\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}||$　$\sqrt{5}$

14　$\sqrt{13}$

(2) $\mathbb{R}^2$ の内積を $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ に対して、$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = x_1y_1 + 2x_2y_2$ と定義するとき、

(i) $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$　(ii) $||\boldsymbol{a}||$　(iii) $||\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}||$

20　$\sqrt{22}$　$\sqrt{6}$

$\boxed{2}$ $\mathbb{R}^4$ の部分空間 W_1, W_2, W_3 を次のように定める。

$$W_1 = \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad W_2 = \left\langle \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad W_3 = W_1 \cap W_2$$

このとき次の問に答えよ。

2 (1) W_1 の次元と、W_1 の基の1例を求めよ。

2 (2) W_2 の次元と、W_2 の基の1例を求めよ。

(3) W_3 の次元と、W_3 の基の1例を求めよ。

1　$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

$\boxed{3}$ 線形写像 $T : \mathbb{R}[x]_1 \to \mathbb{R}[x]_2$ を

$$T(f(x)) = f'(x) + \int_2^x f(t)dt$$

で定義する。次の問に答えよ。

(1) $\mathbb{R}[x]_1$ の基を $\{1,\ x\}$, $\mathbb{R}[x]_2$ の基を $\{1,\ x,\ x^2\}$ とするときの T の表現行列を求めよ。

$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(2) $\mathbb{R}[x]_1$ の基を $\{1+x,\ 1-x\}$, $\mathbb{R}[x]_2$ の基を $\{1+x,\ x+x^2, x-x^2\}$ とするときの T の表現行列を求めよ。

$\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ \frac{9}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{7}{4} & \frac{5}{4} \end{bmatrix}$

$\boxed{4}$ $\mathbb{R}^3$ の基 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ に関して $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ という表現行列をもつ線形変換の標準基に関する表現行列を求めよ。

$\begin{bmatrix} -3 & -1 & -6 \\ -3 & 0 & -12 \\ 4 & 1 & 10 \end{bmatrix}$

$\boxed{5}$ $\mathbb{R}^3$ の基 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ をシュミットの直交化法で~~直交化した基~~を求めよ。

正規直交基

$\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$